TD4 - Matrice 1

Exercice 1

On donne $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

1. Combien de produits faut-il calculer pour déterminer (AB)C ? A(BC) ?
2. Calculer ABC de la manière la plus simple.
3. **Après** les avoir effectués, vérifier vos calculs à l'aide de votre calculatrice [1].

Exercice 2

On donne $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $X' = (x \;\; y)$ et $A = \begin{pmatrix} a & b/2 \\ b/2 & c \end{pmatrix}$

1. Peut-on calculer $X'AX$? Si oui, quel sera son format ?
2. Si vous avez répondu oui à la première question, calculer $X'AX$.

Exercice 3

Soient A et B les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

Calculer AB et BA. Que remarquez-vous ?

Exercice 4

Soient A et B les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

A-t-on $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$?

Exercice 5

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Déterminer l'ensemble des matrices M carré d'ordre 2 qui commutent avec A (c'est à dire telles que $AM = MA$).

1. Pour l'utilisation de la calculatrice, voir livre page 231.

Exercice 6

On donne $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. Calculer $A \times A = A^2$, puis A^3 et A^4.
2. Faire une conjecture pour l'expression de A^n. La démontrer par récurrence.

Exercice 7

Résoudre le système d'équation : $\left\{ \begin{array}{rrrcr} x & -y & +2z & = & 3 \\ x & & -z & = & -2 \\ 2x & +y & +z & = & 6 \end{array} \right.$

Exercice 8

Résoudre le système d'équation : $\left\{ \begin{array}{rrrcr} & y & -z & = & a \\ -x & +2y & -z & = & b \\ x & -y & +2z & = & c \end{array} \right.$