

# TD1 - Nombres complexes

## Exercice 1

---

1. Calculer sous forme algébrique :

$$\begin{aligned} z_1 &= 2i + i(3 - 2i), & z_2 &= (4 + i)(i - 2) - 2i + 1, & z_3 &= \frac{3}{5 + 2i}, \\ z_4 &= \frac{2 + i}{2 - 2i}, & z_5 &= 1 - \frac{3i}{\sqrt{2} - 2i} + 2i, & z_6 &= (1 - i)^3. \end{aligned}$$

2. Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{C}$

a)  $iz - 1 = i + 3z$ ,    b)  $(1 - 2i)z = 1 - z + 2i$ ,

3. Résoudre les systèmes :

a)  $\begin{cases} z - iz' = 1 \\ iz + 2z' = 1 - i \end{cases}$                       b)  $\begin{cases} (2 - i)z + z' = 2i \\ (1 - i)z - 2z' = -i \end{cases}$

## Exercice 2

---

À tout nombre complexe  $z$  différent de  $-i$ , on associe  $Z = f(z)$  tel que

$$Z = \frac{z - 1 + 2i}{z + i}$$

1.) On pose  $z = x + iy$  avec  $x$  et  $y$  dans  $\mathbb{R}$ . Exprimer les parties réelle et imaginaire de  $Z$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

2.) En déduire la nature de

- l'ensemble  $(\mathcal{E})$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $Z$  soit un réel.
- l'ensemble  $(\mathcal{F})$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $Z$  soit un imaginaire pur.

Représenter ces deux ensembles dans un repère orthonormé avec 2cm pour unité.

## Exercice 3

---

Écrire en fonction de  $\bar{z}$  les conjugués des nombres suivants :

$$Z_1 = (1 + iz)(1 - 2z) + 2i \qquad Z_2 = iz^2 + (2 - i)z + 3 \qquad Z_3 = \frac{1 + iz}{z - 2i}$$

## Exercice 4

---

Résoudre les équations dans  $\mathbb{C}$ .

1.  $iz + 2\bar{z} = 2 - i$

3.  $\frac{z + i}{iz - 2} = 2 - i$

2.  $\bar{z}^2 + 3 = 0$

4.  $z^2 - \bar{z} = 2$