

## Devoir surveillé n°1

Rappel de quelques consignes de présentation :

- tracer un cartouche et une marge à gauche,
- passer une ligne entre deux questions et bien les numéroter,
- écrire lisiblement et sans ratures,
- encadrer les réponses aux questions.

On rappelle que, conformément au règlement intérieur du lycée :

- « Tout élève convaincu de fraude à un devoir de contrôle est pénalisé par la note zéro, ... ».
- « Pendant les devoirs, la détention et/ou la manipulation de tout appareil électronique comme un téléphone portable ou une tablette caractérisent une tentative de fraude passible de sanctions. »

---

### Exercice 1 : Quelques calculs, 4 points

---

Calculer sous forme algébrique :

$$z_1 = \frac{5}{4 - 3i},$$

$$z_2 = \frac{2 - 3i}{2 - i},$$

$$z_3 = 1 - \frac{3i}{\sqrt{3} - i} + 2i,$$

$$z_4 = (2 - i)^3.$$

---

### Exercice 2 : Des équations, 5 points

---

Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{C}$

(a)  $(3 - 5i)z = 1 + z$

(b)  $\frac{2\bar{z}}{i\bar{z} - 2} = 2 + i$

(c)  $z + 2\bar{z} = 5 - 2i.$

---

### Exercice 3 : Un système, 3 points

---

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} z + (1 - i)z' = 3 - 2i \\ (1 + i)z + z' = 2 + 2i \end{cases}$$

Tournez SVP.

---

**Exercice 4 : Une homographie, 8 points**

---

À tout nombre complexe  $z$  différent de  $-i + 2$ , on associe  $Z = f(z)$  tel que

$$f(z) = \frac{iz - 5}{z + i - 2}.$$

- 1.) On pose  $z = x + iy$  avec  $x$  et  $y$  dans  $\mathbb{R}$ . Exprimer les parties réelle et imaginaire de  $Z$  en fonction de  $x$  et  $y$ .
- 2.) En déduire la nature de
  - l'ensemble  $(\mathcal{E})$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $Z$  soit un réel.
  - l'ensemble  $(\mathcal{F})$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $Z$  soit un imaginaire pur.Représenter ces deux ensembles dans un repère orthonormé avec 2cm pour unité.