

Devoir surveillé n°1

Pour l'ensemble du sujet, on veillera à n'utiliser que des opérations élémentaires en particulier sur les listes.

— Exercice 1 : Question de cours, 3 points —

1. Donner le code d'une fonction `binom(n, p)` qui renvoie un entier `X` simulant les valeurs d'une variable aléatoire qui suit une loi binomiale¹.
2. On considère le code suivant où `sequenceBloc(k)` est une instruction qui figure un bloc d'instructions² quelconque :

```

1 | for k in range(a, b, p):
2 |     sequenceBloc(k)
```

Donner un code équivalent utilisant une boucle `while`. On proposera deux versions : une où `p` est supposé positif et une autre pour le cas négatif.

— Exercice 2 : Un produit, 2 points —

Écrire une fonction qui calcule le produit :

$$P = \prod_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^i \frac{1}{i+j} \right)$$

On respectera l'écriture donnée sans essayer de la modifier grâce aux mathématiques.

— Exercice 3 : Une suite récurrente, 3 points —

Écrire une fonction `suite(n)` qui prend en paramètre un entier `n` et renvoie le terme de rang `n` de la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1, u_1 = 2 \\ u_{n+2} = n^2 u_{n+1} + (u_n)^2 \end{cases}$$

— Exercice 4 : Nombres parfaits, 3 points —

On dit qu'un nombre $n \in \mathbb{N}$ est parfait lorsqu'il est égal à la somme de ses diviseurs positifs autres que n .

Écrire une fonction `estParfait(n)` qui renvoie le booléen `True` si `n` est parfait et `False` sinon.

1. On rappelle qu'une variable aléatoire binomiale \mathcal{B} compte le nombre de succès lors de la répétition indépendante de n épreuves de Bernoulli qui ont chacune une probabilité p d'être un succès.
 2. On suppose que la variable `k` est utilisée sans être modifiée par le bloc d'instructions.

Exercice 5 : Fonction mystère, 3 points

1. Que fait la fonction suivante lorsqu'on l'utilise sur une liste L non vide ?

```

1 def mystere(L):
2
3     n = len(L)
4     p = 0
5     m = L[0]
6     for k in range(1, n):
7         if m < L[k]:
8             m = L[k]
9             p = k
10    return p

```

2. Si L est vide, indiquer en justifiant la ou les réponse(s) correcte(s) :

- mystere(L) renvoie une erreur.
- mystere(L) renvoie le booléen False.
- mystere(L) renvoie le nombre 0.
- mystere(L) renvoie la constante None.

Exercice 6 : 2 points

L est une liste non vide d'entiers. Écrire une fonction `indices_max(L)` qui renvoie la liste des indices des éléments maximaux de L.

Exercice 7 : Une autre suite récurrente, 2 points

Écrire une fonction `suite(n)` qui prend en paramètre un entier n et renvoie le terme de rang n de la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{u_k}{k^2 + n} \quad (n \geq 1) \end{cases}$$

Exercice 8 : 2 points

L1 et L2 sont deux listes d'entiers strictement croissantes.

Écrire une fonction `intersection(L1, L2)` qui renvoie la liste des termes communs à L1 et L2. Les termes seront rangés dans l'ordre croissant.

N.B : Il sera tenu compte de l'efficacité du code proposé.